

①  $k$  を定数とする。2 次関数  $y = x^2 + 2kx + 2k^2 + 3k + 5$  のグラフの頂点の座標を  $k$  の式で表すと  $\text{ア}$   であり、この頂点の  $y$  座標の値が最小となる  $k$  の値は  $\text{イ}$   である。

②  $a$  は  $-2 < a < 1$  を満たす実数とする。関数  $y = -x^2 - 2ax + a^2 - 2a + 1$  ( $-1 \leq x \leq 2$ ) …… ① について考える。関数 ① は  $x = \text{ア}$   のとき最大値  $\text{イ}$   をとる。関数 ① の最大値が 5 となるとき、 $a$  の値は  $a = \text{ウ}$   である。また、関数 ① の最小値が負であるとき、 $a$  のとり得る値の範囲は  $\text{エ}$    $< a < \text{オ}$   である。

③  $a$  を負の定数とする。2 次関数  $f(x) = x^2 + (a+2)x + a^2$  のグラフが  $x$  軸に接するとき、次の問いに答えよ。  
 (1) 定数  $a$  の値を求めよ。  
 (2)  $f(x) = 1$  を満たす  $x$  をすべて求めよ。  
 (3)  $x$  が  $-1 \leq x \leq 2$  を満たすとき、2 次関数  $y = f(x)$  の値域を求めよ。

4]  $a, b$  を定数とし,  $f(x) = x^2 + 2ax + b$  とする。放物線  $y = f(x)$  が点  $(1, 1)$  を通る。

(1)  $b$  を  $a$  を用いて表せ。

(2) すべての実数  $x$  に対して  $f(x) \geq 0$  となるような  $a$  の範囲を求めよ。

(3)  $a$  が (2) の範囲にあるとき,  $y = f(x)$  の頂点の  $y$  座標が最大になるときの  $a$  の値とそのときの頂点の座標を求めよ。

5]  $a$  を 4 以上の定数とし,  $f(x) = (x - a)(x - 4) + 4$  とおく。

(1) 2 次関数  $y = f(x)$  の最小値は  $\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}} a^2 + \text{エ} a$  である。

(2) 2 次関数  $y = f(x)$  の  $a - 2 \leq x \leq a + 2$  における最大値は  $\text{オ} a$  である。

また, 2 次関数  $y = f(x)$  の  $a - 2 \leq x \leq a + 2$  における最小値は

$4 \leq a \leq \text{カ}$  のとき,  $\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}} a^2 + \text{エ} a$  であり,

$\text{カ} < a$  のとき,  $\text{キク} a + \text{ケコ}$  である。

⑥  $x$  の 2 次関数  $y = x^2 + mx + m^2 - 9$  の最小値が負の値となるような整数  $m$  の個数を求めよ。

⑦  $a > 0$  とし, 2 次関数  $f(x) = x^2 - 2ax + 2a$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) の最小値を  $m(a)$  とする。このとき,  $m(a)$  の最大値と, そのときの  $a$  の値を求めよ。

⑧  $a$  を実数の定数とし,  $x$  の関数  $f(x) = ax^2 + 4ax + a^2 - 1$  を考える。区間  $-4 \leq x \leq 1$  における関数  $f(x)$  の最大値が 5 であるとき, 定数  $a$  の値を求めよ。

9  $a, b$  は実数の定数とし、関数  $y = x^2 + 2ax + a^2 + b$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) の最大値を  $M$ 、最小値を  $m$  とする。

(1)  $M$  を  $a, b$  で表すと、

$a < \overset{\text{ア}}{\square}$  のとき、 $M = \overset{\text{イ}}{\square}$

$\overset{\text{ア}}{\square} \leq a$  のとき、 $M = \overset{\text{ウ}}{\square}$

である。

(2)  $m$  を  $a, b$  で表すと、

$a < \overset{\text{エ}}{\square}$  のとき、 $m = \overset{\text{オ}}{\square}$

$\overset{\text{エ}}{\square} \leq a \leq \overset{\text{カ}}{\square}$  のとき、 $m = \overset{\text{キ}}{\square}$

$\overset{\text{カ}}{\square} < a$  のとき、 $m = \overset{\text{ク}}{\square}$

である。

(3)  $a$  の値が変化するとき、 $a$  の関数  $f(a) = M + m$

( $\overset{\text{ア}}{\square} \leq a \leq \overset{\text{カ}}{\square}$ ) の最小値が 8 であるような定数  $b$

の値は  $\overset{\text{ケ}}{\square}$  である。

10  $a$  を正の定数とする。  $x$  の 2 次関数  $f(x) = x^2 - 4x + 7$  において、  $0 \leq x \leq a$  における  $f(x)$  の最大値を  $M$ 、最小値を  $m$  とする。

$M - m = 4$  となるような  $a$  の値の範囲は、  $\overset{\text{ア}}{\square} \leq a$

$\leq \overset{\text{イ}}{\square}$  である。

また、  $M - m = 6$  のとき、  $a = \overset{\text{ウ}}{\square} + \sqrt{\overset{\text{エ}}{\square}}$  である。

11 2 次関数  $y = ax^2 + bx + c$  のグラフの頂点が点  $(1, 2)$  であるとき、このグラフと  $y$  軸の交点の座標を  $a$  の式で表すと  $(x, y) = \text{ア}$   である。また、このグラフが直線  $y = x$  と接するとき、 $a = \text{イ}$   である。

12  $p, q, m$  を実数とする。放物線  $y = -x^2 + 2px + q$  を  $C$  とし、その頂点は直線  $y = mx - 3$  上にあるとする。

(1)  $q$  を  $p, m$  を用いて表せ。

(2)  $C$  の頂点の  $x$  座標が  $-4$  のとき、 $C$  が  $x$  軸と異なる 2 点で交わるように、 $m$  の値の範囲を定めよ。また、そのとき  $C$  が  $x$  軸から切り取る線分の長さを  $m$  を用いて表せ。

(3)  $p$  の値にかかわらず、 $C$  と  $y$  軸の共有点の  $y$  座標が負となるように、 $m$  の値の範囲を定めよ。

13 ある商店で販売している商品 1 個の仕入れ価格は 500 円である。販売価格を 1 個 800 円とすると、1 日の販売個数は 400 個である。また、販売価格の 1 円の値上げに対し、1 日の販売個数は 1 個の割合で減少し、1 円の値下げに対し、1 個の割合で増加する。

このとき、利益を最大にする販売価格は  $\text{ア}$   円で、1 日の販売個数は  $\text{イ}$   個である。

14  $k$  は 0 でない定数とする。2つの2次不等式

$$x^2 - 7x + 12 < 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$x^2 - 3kx + 2k^2 < 0 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

を考える。①を満たす  $x$  の値の範囲は  $\text{ア}$   である。

$k < 0$  の場合は、②を満たす  $x$  の値の範囲は  $\text{イ}$   であり、そのような  $x$  は①を満たさない。

$k > 0$  として考えよう。①と②の両方を満たす  $x$  が存在するような  $k$  の値の範囲は  $\text{ウ}$   である。

また、①を満たす  $x$  がすべて②を満たすような  $k$  の値の範囲は  $\text{エ}$   である。

15  $a$  を正の実数とする。  $xy$  平面上の放物線  $y = x^2 + (a+1)x - 2a + 1$  を  $C$  とする。  $C$  の頂点  $P$  の座標は

$(\text{ア}$  ,  $\text{イ}$  ) である。  $C$  と  $x$  軸が2個の共有点をも

つとき、  $a$  のとりうる値の範囲は  $a > \text{ウ}$   である。以

後  $a > \text{ウ}$   とし、2点  $A, B$  を、  $C$  と  $x$  軸の共有点と

する。線分  $AB$  の長さを  $a$  を用いて表すと  $\text{エ}$   である。

また  $\triangle APB$  が直角三角形であるとき、  $a$  の値は  $a$

$= \text{オ}$   である。

16  $x, y$  が  $y = -x^2 + 1, -1 \leq x \leq 2$  を満たすとき、  $x^2 + y^2$  の最大値は  $\text{ア}$   であり、最小値は  $\text{イ}$   である。

17 2 次関数  $y = x^2 - mx + m^2 - 3m$  のグラフを  $C$  とするとき、次の問いに答えよ。ただし、 $m$  は定数である。

- (1)  $C$  の頂点の座標を求めよ。
- (2)  $x$  軸と  $C$  との共有点が 1 点  $P$  だけであるとき、 $m$  の値と点  $P$  の座標を求めよ。
- (3)  $x$  軸の  $x \geq 1$  の部分と  $C$  とが、異なる 2 点で交わるような  $m$  の値の範囲を求めよ。

18  $a$  を実数とし、2 次方程式  $x^2 + 2(a+1)x + 3(a^2 + 4a + 3) = 0$  を考える。2 次方程式の 1 つの解が正で他の解が負となるとき、 $a$  のとりうる値の範囲は  $\supset \square$  である。また、2 次方程式が 2 つの異なる正の解をもつとき、 $a$  のとりうる値の範囲は  $\supset \square$  である。

19 2 次関数  $f(x) = x^2 - 2ax + a + 2$  について、次の問いに答えよ。

- (1)  $y = f(x)$  のグラフが点  $(1, 1)$  を通るとき、 $a$  の値を求めよ。
- (2)  $0 \leq x \leq 3$  における  $f(x)$  の最小値を  $m$  とするとき、 $a$  を用いて  $m$  を表せ。
- (3)  $0 \leq x \leq 3$  において、常に  $f(x) > 0$  が成り立つような  $a$  の値の範囲を求めよ。