

① k を定数とする。2 次関数 $y = x^2 + 2kx + 2k^2 + 3k + 5$ のグラフの頂点の座標を k の式で表すと ア であり、この頂点の y 座標の値が最小となる k の値は イ である。

② a は $-2 < a < 1$ を満たす実数とする。関数 $y = -x^2 - 2ax + a^2 - 2a + 1$ ($-1 \leq x \leq 2$) …… ① について考える。関数 ① は $x = \text{ア}$ のとき最大値 イ をとる。関数 ① の最大値が 5 となるとき、 a の値は $a = \text{ウ}$ である。また、関数 ① の最小値が負であるとき、 a のとり得る値の範囲は エ $< a < \text{オ}$ である。

③ a を負の定数とする。2 次関数 $f(x) = x^2 + (a+2)x + a^2$ のグラフが x 軸に接するとき、次の問いに答えよ。
 (1) 定数 a の値を求めよ。
 (2) $f(x) = 1$ を満たす x をすべて求めよ。
 (3) x が $-1 \leq x \leq 2$ を満たすとき、2 次関数 $y = f(x)$ の値域を求めよ。

4] a, b を定数とし、 $f(x) = x^2 + 2ax + b$ とする。放物線 $y = f(x)$ が点 $(1, 1)$ を通る。

(1) b を a を用いて表せ。

(2) すべての実数 x に対して $f(x) \geq 0$ となるような a の範囲を求めよ。

(3) a が (2) の範囲にあるとき、 $y = f(x)$ の頂点の y 座標が最大になるときの a の値とそのときの頂点の座標を求めよ。

5] a を 4 以上の定数とし、 $f(x) = (x - a)(x - 4) + 4$ とおく。

(1) 2 次関数 $y = f(x)$ の最小値は $\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}} a^2 + \text{エ} a$ である。

(2) 2 次関数 $y = f(x)$ の $a - 2 \leq x \leq a + 2$ における最大値は $\text{オ} a$ である。

また、2 次関数 $y = f(x)$ の $a - 2 \leq x \leq a + 2$ における最小値は

$4 \leq a \leq \text{カ}$ のとき、 $\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}} a^2 + \text{エ} a$ であり、

$\text{カ} < a$ のとき、 $\text{キク} a + \text{ケコ}$ である。

⑥ x の 2 次関数 $y = x^2 + mx + m^2 - 9$ の最小値が負の値となるような整数 m の個数を求めよ。

⑦ $a > 0$ とし, 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + 2a$ ($0 \leq x \leq 2$) の最小値を $m(a)$ とする。このとき, $m(a)$ の最大値と, そのときの a の値を求めよ。

⑧ a を実数の定数とし, x の関数 $f(x) = ax^2 + 4ax + a^2 - 1$ を考える。区間 $-4 \leq x \leq 1$ における関数 $f(x)$ の最大値が 5 であるとき, 定数 a の値を求めよ。

9 a, b は実数の定数とし、関数 $y = x^2 + 2ax + a^2 + b$ ($0 \leq x \leq 2$) の最大値を M 、最小値を m とする。

(1) M を a, b で表すと、

$a < \overset{\text{ア}}{\square}$ のとき、 $M = \overset{\text{イ}}{\square}$

$\overset{\text{ア}}{\square} \leq a$ のとき、 $M = \overset{\text{ウ}}{\square}$

である。

(2) m を a, b で表すと、

$a < \overset{\text{エ}}{\square}$ のとき、 $m = \overset{\text{オ}}{\square}$

$\overset{\text{エ}}{\square} \leq a \leq \overset{\text{カ}}{\square}$ のとき、 $m = \overset{\text{キ}}{\square}$

$\overset{\text{カ}}{\square} < a$ のとき、 $m = \overset{\text{ク}}{\square}$

である。

(3) a の値が変化するとき、 a の関数 $f(a) = M + m$

($\overset{\text{ア}}{\square} \leq a \leq \overset{\text{カ}}{\square}$) の最小値が 8 であるような定数 b

の値は $\overset{\text{ケ}}{\square}$ である。

10 a を正の定数とする。 x の 2 次関数 $f(x) = x^2 - 4x + 7$ において、 $0 \leq x \leq a$ における $f(x)$ の最大値を M 、最小値を m とする。

$M - m = 4$ となるような a の値の範囲は、 $\overset{\text{ア}}{\square} \leq a$

$\leq \overset{\text{イ}}{\square}$ である。

また、 $M - m = 6$ のとき、 $a = \overset{\text{ウ}}{\square} + \sqrt{\overset{\text{エ}}{\square}}$ である。

る。

11 2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフの頂点が点 $(1, 2)$ であるとき、このグラフと y 軸の交点の座標を a の式で表すと $(x, y) = \text{ア}$ である。また、このグラフが直線 $y = x$ と接するとき、 $a = \text{イ}$ である。

12 p, q, m を実数とする。放物線 $y = -x^2 + 2px + q$ を C とし、その頂点は直線 $y = mx - 3$ 上にあるとする。

- (1) q を p, m を用いて表せ。
- (2) C の頂点の x 座標が -4 のとき、 C が x 軸と異なる 2 点で交わるように、 m の値の範囲を定めよ。また、そのとき C が x 軸から切り取る線分の長さを m を用いて表せ。
- (3) p の値にかかわらず、 C と y 軸の共有点の y 座標が負となるように、 m の値の範囲を定めよ。

13 ある商店で販売している商品 1 個の仕入れ価格は 500 円である。販売価格を 1 個 800 円とすると、1 日の販売個数は 400 個である。また、販売価格の 1 円の値上げに対し、1 日の販売個数は 1 個の割合で減少し、1 円の値下げに対し、1 個の割合で増加する。

このとき、利益を最大にする販売価格は ア 円で、1 日の販売個数は イ 個である。

14 k は 0 でない定数とする。2つの2次不等式

$$x^2 - 7x + 12 < 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$x^2 - 3kx + 2k^2 < 0 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

を考える。①を満たす x の値の範囲は ア である。

$k < 0$ の場合は、②を満たす x の値の範囲は イ であり、そのような x は①を満たさない。

$k > 0$ として考えよう。①と②の両方を満たす x が存在するような k の値の範囲は ウ である。

また、①を満たす x がすべて②を満たすような k の値の範囲は エ である。

15 a を正の実数とする。 xy 平面上の放物線 $y = x^2 + (a+1)x - 2a + 1$ を C とする。 C の頂点 P の座標は

$(\text{ア}$, イ) である。 C と x 軸が2個の共有点をも

つとき、 a のとりうる値の範囲は $a > \text{ウ}$ である。以

後 $a > \text{ウ}$ とし、2点 A, B を、 C と x 軸の共有点と

する。線分 AB の長さを a を用いて表すと エ である。

また $\triangle APB$ が直角三角形であるとき、 a の値は a

$= \text{オ}$ である。

16 x, y が $y = -x^2 + 1, -1 \leq x \leq 2$ を満たすとき、 $x^2 + y^2$ の最大値は ア であり、最小値は イ である。

17 2 次関数 $y = x^2 - mx + m^2 - 3m$ のグラフを C とするとき、次の問いに答えよ。ただし、 m は定数である。

- (1) C の頂点の座標を求めよ。
- (2) x 軸と C との共有点が 1 点 P だけであるとき、 m の値と点 P の座標を求めよ。
- (3) x 軸の $x \geq 1$ の部分と C とが、異なる 2 点で交わるような m の値の範囲を求めよ。

18 a を実数とし、2 次方程式 $x^2 + 2(a+1)x + 3(a^2 + 4a + 3) = 0$ を考える。2 次方程式の 1 つの解が正で他の解が負となるとき、 a のとりうる値の範囲は $\supset \square$ である。また、2 次方程式が 2 つの異なる正の解をもつとき、 a のとりうる値の範囲は $\supset \square$ である。

19 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + a + 2$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $y = f(x)$ のグラフが点 $(1, 1)$ を通るとき、 a の値を求めよ。
- (2) $0 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最小値を m とするとき、 a を用いて m を表せ。
- (3) $0 \leq x \leq 3$ において、常に $f(x) > 0$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。