1

1 から 15 までの番号札から 1 枚を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　4 以下の札を取る確率

(2)　5 の倍数の札を取る確率

解説

全事象は　$\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots,\ 15\}$　よって，その根元事象の個数は　15 個

(1)　4 以下の札を取るという事象は　$\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$

その根元事象の個数は 4 個であるから，求める確率は　$\dfrac{4}{15}$

(2)　5 の倍数の札を取るという事象は　$\{5,\ 10,\ 15\}$

その根元事象の個数は 3 個であるから，求める確率は　$\dfrac{3}{15}=\dfrac{1}{5}$

2

2 個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　出る目の和が 8

(2)　出る目の積が 6

解説

2 個のさいころの目の出方は，$6\times6=36$(通り) ある。

(1)　目の和が 8 となるのは，(2，6)，(3，5)，(4，4)，(5，3)，(6，2) の 5 通り。

よって，求める確率は　$\dfrac{5}{36}$

(2)　目の積が 6 となるのは，(1，6)，(6，1)，(2，3)，(3，2) の 4 通り。

よって，求める確率は　$\dfrac{4}{36}=\dfrac{1}{9}$

3

袋の中に，赤球，白球合わせて 8 個が入っている。いま，これから同時に 2 個の球を取り出すとき，赤，白各 1 個が取り出される確率が $\dfrac{3}{7}$ である。赤球の個数は何個であるか。

解説

赤球の個数を n 個とすると，白球は $(8-n)$ 個　　$1\leqq n\leqq 7$

したがって，赤，白各 1 個が取り出される確率は $\dfrac{{}_n\mathrm{C}_1\cdot{}_{8-n}\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{3}{7}$

すなわち　$\dfrac{n\cdot(8-n)}{28}=\dfrac{3}{7}$

整理すると　$n^2-8n+12=0$　　よって　$(n-2)(n-6)=0$

よって　$n=2,\ n=6$

したがって，赤球の個数は　2 個または 6 個

4

1 から 100 までの番号札から 1 枚を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　5 の倍数の札を取る確率

(2)　8 の倍数の札を取る確率

(3)　5 の倍数または 8 の倍数の札を取る確率

解説

取り出した札が「5 の倍数である」という事象を A，「8 の倍数である」という事象を B とする。

(1)　$A=\{5\cdot1,\ 5\cdot2,\ 5\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 5\cdot20\}$ であるから，求める確率は

$$P(A)=\frac{20}{100}=\frac{1}{5}$$

(2)　$B=\{8\cdot1,\ 8\cdot2,\ 8\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 8\cdot12\}$ であるから，求める確率は

$$P(B)=\frac{12}{100}=\frac{3}{25}$$

(3)　$A\cap B=\{40,\ 80\}$ であるから　　$P(A\cap B)=\dfrac{2}{100}$

よって，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{20}{100}+\frac{12}{100}-\frac{2}{100}=\frac{30}{100}=\frac{3}{10}$$

5

男子 6 人，女子 8 人からくじ引きで委員を 3 人選ぶとき，少なくとも女子が 1 人選ばれる確率を求めよ。

解説

男子 6 人，女子 8 人から 3 人を選ぶ方法は　${}_{14}\mathrm{C}_3$ 通り

「少なくとも女子が 1 人選ばれる」という事象は，「3 人とも男子が選ばれる」という事象 A の余事象である。ここで　$P(A)=\dfrac{{}_6\mathrm{C}_3}{{}_{14}\mathrm{C}_3}=\dfrac{5}{91}$

よって，求める確率は　$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\dfrac{5}{91}=\dfrac{86}{91}$

6

$P(A)=\dfrac{1}{3}$，$P(B)=\dfrac{1}{4}$，$P(A\cup B)=\dfrac{2}{5}$ のとき，$P(A\cap B)$，$P(\overline{A}\cup B)$ を求めよ。

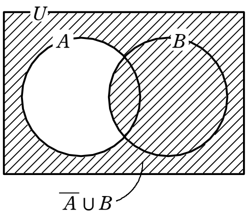
解説

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ から

$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{2}{5}=\frac{11}{60}$$

また

$$P(\overline{A}\cup B)=P(\overline{A})+P(A\cap B)=\{1-P(A)\}+P(A\cap B)=\left(1-\frac{1}{3}\right)+\frac{11}{60}=\frac{51}{60}=\frac{17}{20}$$



7

1 個のさいころと 1 枚の硬貨を投げるとき， さいころは 6 の約数の目，硬貨は表が出る確率を求めよ。

解説

6 の約数の目は，1，2，3，6 の 4 通り。

すべての目の出方は 6 通り。したがって，6 の約数の目が出る確率は　$\dfrac{4}{6}$

一方，1 枚の硬貨が表である確率は　$\dfrac{1}{2}$

よって，求める確率は　$\dfrac{4}{6}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{3}$

8

A，B の 2 人が射撃で的に当てる確率はそれぞれ $\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{2}{3}$ である。2 人が 1 回ずつ射撃を行うとき，次の確率を求めよ。

(1)　2 人がともに的に当てる確率

(2)　1 人だけが的に当てる確率

(3)　少なくとも 1 人が的に当てる確率

解説

(1)　A が射撃を行う試行と，B が射撃を行う試行は独立である。

よって，求める確率は　$\dfrac{1}{4}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{6}$

(2)　1 人だけが的に当てるのは

[1]　A が当てて，B がはずす　　[2]　A がはずし，B が当てる

の 2 つの場合があり，これらは互いに排反である。

よって，求める確率は　$\dfrac{1}{4}\times\left(1-\dfrac{2}{3}\right)+\left(1-\dfrac{1}{4}\right)\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{7}{12}$

(3)　少なくとも 1 人が的に当てるという事象は，(1) の事象と (2) の事象の和事象であり，これらは互いに排反である。

よって，求める確率は　$\dfrac{1}{6}+\dfrac{7}{12}=\dfrac{3}{4}$

別解　「少なくとも 1 人が的に当てる」という事象は，「2 人とも的をはずす」という事象の余事象である。

よって，求める確率は　$1-\left(1-\dfrac{1}{4}\right)\times\left(1-\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{3}{4}$

9

赤球 2 個，白球 1 個入っている袋から球を 1 個取り出し，色を調べてからもとに戻すことを 5 回続けて行うとき， 4 回以上赤球が出る確率を求めよ。

解説

球の合計は 3 個。

4 回赤球が出る確率は　${}_5\mathrm{C}_4\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^4\cdot\dfrac{1}{3}=\dfrac{80}{243}$

5 回赤球が出る確率は　$\left(\dfrac{2}{3}\right)^5=\dfrac{32}{243}$

したがって， 4 回以上赤球が出る確率は　$\dfrac{80}{243}+\dfrac{32}{243}=\dfrac{112}{243}$

10

直線上に点 P があり， 1 枚の硬貨を投げて，表が出たら右に 2 m，裏が出たら左に 2 mだけ進む。硬貨を 6 回投げたとき，次の確率を求めよ。

(1)　点 P がもとの位置から右に 4 m

(2)　点 P がもとの位置に戻る

(解説)

(1)　硬貨を 6 回投げたとき，表の出る回数を x とすると，裏の出る回数は $6-x$ である。
右に進むことを＋，左に進むことを－で表すと，試行終了後の点 P の位置は

$$2x+(-2)(6-x)=4x-12$$

題意から　$4x-12=4$ より　$x=4$

したがって，6 回のうち表がちょうど 4 回出ればよい。

よって，求める確率は　${}_6C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{15}{64}$

(2)　題意から，$4x-12=0$ より，$x=3$

したがって，6 回のうち表がちょうど 3 回出ればよい。

よって，求める確率は　${}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{5}{16}$

11

血液型が A 型，B 型である 100 人を調べると， 男子 64 人，女子 36 人で，A 型は男
子 40 人，女子 13 人であった。次の確率を求めよ。

(1)　選ばれた 1 人が女子のとき，その人が A 型である確率

(2)　選ばれた 1 人が B 型のとき，その人が男子である確率

(解説)

選ばれた 1 人が，血液型が A 型であるという事象を A，女子であるという事象を W とする。

(1)　求める確率は $P_W(A)$ で，条件から

$$P(A)=\frac{53}{100},\ P(W)=\frac{36}{100},\ P(A\cap W)=\frac{13}{100}$$

よって　$P_W(A)=\dfrac{P(A\cap W)}{P(W)}=\dfrac{13}{100}\div\dfrac{36}{100}=\dfrac{13}{36}$

(2)　求める確率は $P_{\overline{A}}(\overline{W})$ である。

$$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{53}{100}=\frac{47}{100}$$

B 型の男子は，$64-40=24$ (人) いるから　$P(\overline{A}\cap\overline{W})=\dfrac{24}{100}$

よって　$P_{\overline{A}}(\overline{W})=\dfrac{P(\overline{A}\cap\overline{W})}{P(\overline{A})}=\dfrac{24}{100}\div\dfrac{47}{100}=\dfrac{24}{47}$